

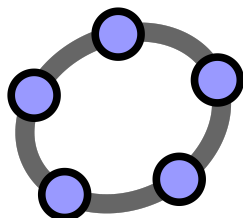
---

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE – UFF  
ESCOLA DE ENGENHARIA – TCE  
CURSO DE ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES – TGT

PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL – PET

GRUPO PET-TELE  
[HTTP://WWW.TELECOM.UFF.BR/PET/](http://www.telecom.uff.br/pet/)

## Tutorial para GeoGebra



Autor: Ruan de Freitas Siqueira  
Colaboradoras: Brenda de Farias Albuquerque  
Franciele Batista de Oliveira  
Luisa Nunes Azevedo  
Tutor: Alexandre Santos de la Vega

Niterói – RJ  
Outubro / 2017

---

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução ao GeoGebra</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Interface Gráfica</b>	<b>3</b>
2.1	Menus . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Janelas</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Barras de Ferramentas</b>	<b>7</b>
4.1	Janela de Visualização 2D . . . . .	7
4.1.1	Primeiro Grupo de Ferramentas . . . . .	7
4.1.2	Segundo Grupo de Ferramentas . . . . .	7
4.1.3	Terceiro Grupo de Ferramentas . . . . .	9
4.1.4	Quarto Grupo de Ferramentas . . . . .	10
4.1.5	Quinto Grupo de Ferramentas . . . . .	11
4.1.6	Sexto Grupo de Ferramentas . . . . .	12
4.1.7	Sétimo Grupo de Ferramentas . . . . .	13
4.1.8	Oitavo Grupo de Ferramentas . . . . .	14
4.1.9	Nono Grupo de Ferramentas . . . . .	15
4.1.10	Décimo Grupo de Ferramentas . . . . .	16
4.1.11	Décimo Primeiro Grupo de Ferramentas . . . . .	16
4.1.12	Décimo Segundo Grupo de Ferramentas . . . . .	17
4.2	Janela de Visualização 3D . . . . .	18
4.2.1	Primeiro Grupo de Ferramentas . . . . .	18
4.2.2	Segundo Grupo de Ferramentas . . . . .	18
4.2.3	Terceiro Grupo de Ferramentas . . . . .	19
4.2.4	Quarto Grupo de Ferramentas . . . . .	20
4.2.5	Quinto Grupo de Ferramentas . . . . .	20
4.2.6	Sexto Grupo de Ferramentas . . . . .	21
4.2.7	Sétimo Grupo de Ferramentas . . . . .	22
4.2.8	Oitavo Grupo de Ferramentas . . . . .	22
4.2.9	Nono Grupo de Ferramentas . . . . .	23
4.2.10	Décimo Grupo de Ferramentas . . . . .	24
4.2.11	Décimo Primeiro Grupo de Ferramentas . . . . .	24
4.2.12	Décimo Segundo Grupo de Ferramentas . . . . .	25
4.2.13	Décimo Terceiro Grupo de Ferramentas . . . . .	25
4.2.14	Décimo Quarto Grupo de Ferramentas . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Barra de Comandos</b>	<b>27</b>

# 1 Introdução ao GeoGebra

O GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um *software* matemático escrito na linguagem de programação Java, disponível de forma gratuita nas mais diversas plataformas. Criado com o intuito de ser utilizado em sala de aula, nos mais diversos níveis de educação, o programa apresenta, ao mesmo tempo, características geométricas e algébricas de um mesmo objeto, tanto em duas quanto em três dimensões, permitindo alterações dinâmicas nos objetos prontos, sejam eles pontos, retas, planos, vetores, matrizes ou funções que podem ser inseridos através de ferramentas, ou comandos. Isso permite que a ferramenta seja utilizada tanto no estudo de álgebra, quanto geometria e cálculo, auxiliando na visualização e interpretação do que está ocorrendo nos espaços bidimensionais e tridimensionais.

O programa pode ser baixado na sua *webpage* <https://www.geogebra.org/> na opção *Downloads*. A versão utilizada nesse tutorial é a para *Desktops*, o que não diminui o potencial desse tutorial como base para utilização das versões de *Tablets* e Celulares, um pouco mais limitadas.

O GeoGebra permite criar um perfil de usuário que será pedido de forma opcional quando o programa for aberto. Esse perfil, que pode ser feito no site oficial, serve para compartilhar projetos feitos na plataforma, como os que existem na aba Materiais. Essa área do site serve justamente para apresentar projetos feitos por outros usuários. Isso é possível porque o que é salvo em um perfil de usuário não apenas fica no computador, mas também na nuvem.

## 2 Interface Gráfica

Ao ser iniciado, o GeoGebra apresenta, por padrão, uma barra de menus, uma de ferramentas, caixa de entrada, janela de álgebra, e de visualização 2D. Esses tópicos, que serão detalhados posteriormente, tornam possível um primeiro contato e criação de projetos simples em duas dimensões. Eles estão dispostos no programa da seguinte forma, como mostra a Figura 1:

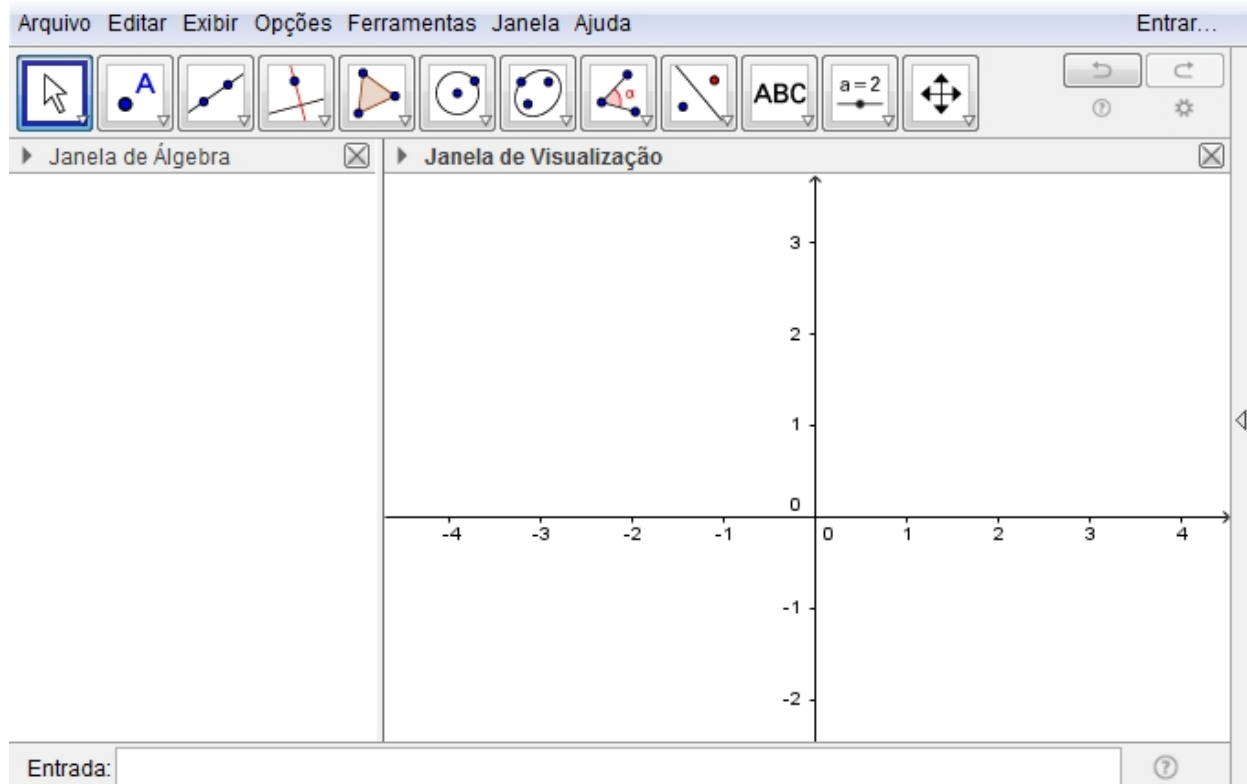


Figura 1: Interface inicial do GeoGebra, composta por uma barra de menus, ferramentas, Janelas de Álgebra e Visualização, e a barra de Entrada.

Nota: A borda azul na primeira ferramenta significa que a mesma está selecionada para uso. Isso facilita o uso do programa, pois exibe sempre a ferramenta que está sendo utilizada.

## 2.1 Menus

O GeoGebra possui uma barra de menus que segue o padrão da maioria dos *softwares* para computadores. Ela possui as seguintes divisões:

### Arquivo:

- Abrir uma nova janela, sem fechar a atual;
- Iniciar um novo projeto na janela;
- Abrir um trabalho salvo no computador;
- Abrir um projeto salvo no site do GeoGebra;
- Abrir um arquivo recente;
- Gravar o projeto atual;
- Salvar o trabalho da janela atual com uma especificação de nome e endereço;
- Compartilhar projeto, fazendo *upload* no site através do usuário;
- Exportar para um novo formato de arquivo, como HTML e PNG;
- Visualizar Impressão;
- Fechar a janela atual;
- Fechar todas as janelas.

### Editar:

- Desfazer e refazer ações;
- Copiar e colar um elemento ou mais selecionado;
- Copiar para área de transferência;
- Inserir imagem de um arquivo ou da área de transferência;
- Editar propriedades dos elementos do projeto, e selecionar todos eles ao mesmo tempo;
- Quando há elementos selecionados, o menu Editar também permite inverter essa seleção, exibir e ocultar objetos ou rótulos, além de permitir selecionar camadas.

### Exibir:

- Exibir ou ocultar as janelas do GeoGebra (Álgebra, Planilhas, CAS, Visualização 2D I e II, Visualização 3D, Protocolo de Construção, Calculadora de Probabilidades), teclado e Campo de entrada;
- Editar *Layouts*;
- Atualizar janelas;

- Recalcular todos os objetos.

**Opções:**

- Arredondamentos, determinando o número de casas decimais ou algarismos significativos;
- Selecionar a condição para que haja rótulos novos;
- Determinar o tamanho da fonte;
- Escolher um novo idioma;
- Editar configurações avançadas para o projeto;
- Salvar as alterações na configuração, ou restaurá-la ao padrão.

**Ferramentas:**

- Permite configurar a barra de ferramenta, adicionando, retirando ou movendo os elementos da barra;
- Criar uma nova ferramenta;
- Gerenciar ferramentas.

**Janela:**

- Criação de uma nova janela, onde outro projeto pode ser construído ou editado;
- Caso haja mais de uma janela aberta, permite alternar a visualização entre elas.

**Ajuda:**

- Permite acessar o site oficial do GeoGebra, em busca de manuais, tutoriais e do fórum;
- Permite reportar erros encontrados no programa;
- Abre informações sobre o produto e sua licença.

### 3 Janelas

O GeoGebra possui Janelas para trabalho, cada uma com propriedades diferentes. O uso entre elas pode ser alternado, sem que se perca os dados. A Janela de Visualização é exibida assim que o programa é iniciado. Para selecionar outra Janela, basta ir no Menu Exibir e escolher a desejada. São elas:

- **Janela de Álgebra**, uma Janela para exibição e manipulação de dados de forma algébrica.
- **Planilha**, uma Planilha para construção e organização de dados.
- **Janela CAS**, uma Janela para Álgebra Computacional.
- **Janela de Visualização**, uma Janela para construção de objetos com até duas dimensões.
- **Janela de Visualização 2**, uma Segunda Janela para construção de objetos com até duas dimensões.
- **Janela de Visualização 3D**, uma Janela para construção de objetos com até três dimensões.
- **Protocolo de Construção**, uma janela que informa dados sobre as construções feitas no programa.
- **Calculadora de Probabilidades**, uma Calculadora para análises de estatísticas e funções de probabilidade.
- **Teclado**, serve para fazer entrada de dados no programa a partir do uso do *mouse*.

## 4 Barras de Ferramentas

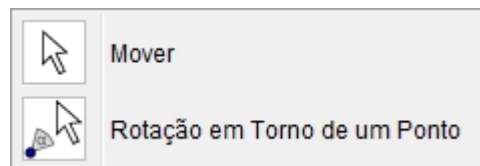
A Barra de ferramentas, localizada abaixo dos menus, é utilizada para inserir elementos sem a utilização da caixa de entrada. As opções estão organizadas em grupos de semelhantes, e para acessar as demais, basta clicar no ícone de expansão, no canto inferior direito de cada botão.

Para utilizar uma ferramenta, basta selecioná-la e, em seguida, selecionar ou criar os objetos necessários para a criação ou modificação do objeto envolvido. Após sua utilização, ela continua selecionada até que uma outra seja escolhida. As ferramentas padrão do GeoGebra são divididas em grupos, exibidos ao selecionar o botão do canto inferior direito de cada botão. Os grupos variam de acordo com cada Janela.

### 4.1 Janela de Visualização 2D

Os agrupamentos de ferramentas são exibidos em doze grupos, apresentados abaixo nas próximas figuras, considerando a contagem da ordem da esquerda para a direita:

#### 4.1.1 Primeiro Grupo de Ferramentas



- **Mover:** move um objeto ao longo da janela de visualização. Para isso, basta selecionar o objeto e arrasta-lo até a posição desejada.
- **Rotação em Torno de um Ponto:** rotaciona um objeto em torno de outro, mantendo sempre a mesma distância entre ambos. Para isso, basta selecionar o ponto que será utilizado como referencial, e depois o objeto a ser rotacionado.

#### 4.1.2 Segundo Grupo de Ferramentas





- **Ponto:** cria um ponto na janela de visualização. Para isso, basta selecionar a posição desejada na janela. Existem três tipos de pontos no GeoGebra: um livre, de cor azul por padrão, que pode ser movimentado ao longo de toda janela, um móvel com restrição, de cor azul claro por padrão, que ocorre quando um ponto é inserido em algum objeto, como uma reta ou circunferência. Esse ponto pode ser movimentado, sem sair do objeto em que foi inserido. E, por último, há o ponto fixo, de cor preta por padrão, que ocorre quando sua posição é uma interseção entre objetos, como um ponto de tangência. A opção Ponto permite criar todos os tipos de pontos, todavia, móveis com restrição não ocorrem se foram criados dentro da região delimitada por um objeto. Por exemplo, considerando um círculo, se um ponto for inserido dentro de sua circunferência, ele só poderá se movimentar ao longo dela, mas, se for inserido dentro do círculo, será um ponto livre.
- **Ponto em Objeto:** faz justamente o que a opção ponto não faz quando se trata de uma região dentro do perímetro que a determina, permitindo sempre que o ponto se vincule ao objeto que está na posição onde será inserido.
- **Vincular/Desvincular Ponto:** vincula um ponto livre a um objeto próximo, ou desvincula um ponto móvel com restrição ou fixo. Para isso basta selecionar o ponto e, caso queira vincular, o objeto em questão.
- **Interseção de Dois Objetos:** cria um ponto fixo que pertence aos dois objetos ao mesmo tempo. Nos casos em que a interseção é um conjunto que contém mais de um ponto, apenas um ponto será criado. Para utilizar essa ferramenta, basta selecioná-la e, em seguida, selecionar os dois objetos que serão utilizados.
- **Ponto Médio ou Centro:** basta selecionar os dois pontos que darão origem ao novo objeto, cuja característica principal será ter a mesma distância entre os dois pontos escolhidos.
- **Número Complexo:** cria um ponto com coordenadas  $(x, y)$ , mas que representa o ponto  $Z$ , cuja expressão é:  $z = x + yi$ , sendo  $i^2$  igual a  $(\sqrt{-1})^2$ . Para utilizá-la, basta selecionar as coordenadas do ponto desejado na Janela de Visualização.
- **Extremum, ou Otimização:** exhibe todos os extremos locais de uma junção já determinada, basta selecionar a ferramenta e depois a função que deseja utilizar para conhecer seus extremos locais.
- **Roots, ou Raízes:** funciona seguindo a mesma lógica da ferramenta *Extremum*, porém exhibe as raízes da função escolhida.

### 4.1.3 Terceiro Grupo de Ferramentas



- **Reta:** depende de dois pontos. Basta criar ou selecionar os dois pontos por onde a reta passará.
- **Segmento:** utiliza o mesmo processo da opção Reta, selecionar os dois pontos que determinarão o segmento.
- **Segmento com Comprimento Fixo:** é criado ao selecionar ou criar um ponto livre que dará origem ao segmento, e seu comprimento. A partir disso, será criado um segundo ponto, móvel com restrição, para determinar o segmento. É permitido movimentar o primeiro ponto, para mover o segmento, e rotacionar o segundo em torno no primeiro, uma vez que estará sempre fixo em relação à distância entre eles.
- **Semirreta:** poderá ser criada a partir de dois pontos já estabelecidos ou não. O primeiro indicará a origem da semirreta, enquanto o segundo funcionará como final do vetor direção da mesma.
- **Caminho Poligonal:** é o percurso ao longo dos lados de um polígono que liga um ponto tomado como inicial, até o último ponto que, sendo ligado ao primeiro, gera o polígono em questão. Para gerar tal caminho é necessário selecionar ou criar os vértices do polígono, que, a partir do segundo, vão ligando-se automaticamente ao anterior. A ferramenta difere de um perímetro por desconsiderar sempre um dos lados do polígono.
- **Vetor:** é um segmento de reta orientado com inúmeras propriedades. Para criá-lo, basta selecionar ou criar o ponto de origem e, em seguida, sua outra extremidade.
- **Vetor a Partir de um Ponto:** gera um novo vetor com as mesmas propriedades de um já criado, mas com a origem em outro ponto. Isso é feito ao selecionar o vetor que deseja-se copiar e o ponto que será utilizado como origem do novo vetor.

## 4.1.4 Quarto Grupo de Ferramentas



- **Reta Perpendicular:** ao selecionar ou criar um ponto e, em seguida, escolher uma reta ou vetor já criado, a ferramenta gera uma nova reta perpendicular à escolhida, e que passa pelo ponto desejado.
- **Reta Paralela:** da mesma forma que funciona a Reta Perpendicular, essa ferramenta gera uma reta paralela à desejada, passando pelo ponto escolhido ou criado.
- **Mediatriz:** cria uma reta perpendicular ao segmento que liga dois pontos escolhidos, passando pelo seu ponto médio.
- **Bissetriz:** esse tipo de reta é o lugar geométrico de pontos com uma característica em comum. Sejam duas retas A e B, não coincidentes (ocupam lugares diferentes no espaço). Ao conjunto de pontos que possuem uma distância igual a ambas as retas damos o nome de Bissetriz. Para utilizar essa ferramenta basta selecionar as duas retas iniciais, ou três pontos, sendo o primeiro pertencente à primeira reta, o terceiro à segunda, e o segundo ponto como interseção delas. Para casos em que as retas são paralelas, não será possível escolher três pontos.
- **Reta Tangente:** define uma reta tangente a uma função, cônica ou círculo desejado. Ela depende de um ponto escolhido. Quando esse ponto pertence ao objeto desejado, a reta gerada será tangente à curva naquele ponto. Quando isso não ocorrer, será gerada, dependendo da possibilidade, uma reta tangente à curva que passe por aquele ponto, ou por um ponto contido na curva cuja coordenada x seja igual a do ponto selecionado. Quando existir mais de uma possibilidade de reta, a ferramenta gerará todas elas.
- **Reta Polar ou Diametral:** utilizada ao selecionar um cônica, ou círculo, e um ponto qualquer. Ao considerarmos o ponto utilizado como A e o raio da circunferência, ou a distância focal da cônica como R, com origem em O, a ferramenta criará uma reta que passa por um ponto não representado, mas que será reconhecido nesse documento como A', tal que o produto escalar entre  $\overrightarrow{OA'}$  e  $\overrightarrow{OA}$  seja igual a  $R^2$ . A reta gerada passará pelo ponto A', e terá como vetor normal o vetor  $\overrightarrow{OA}$ .

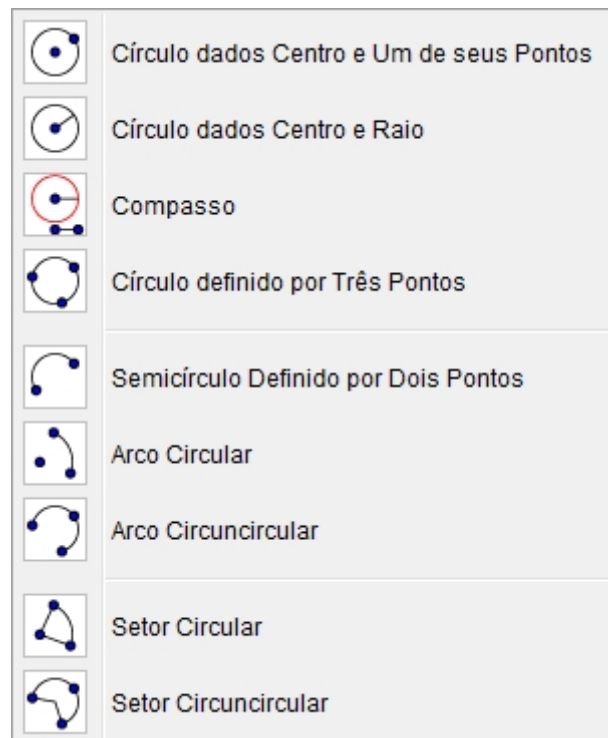
- **Reta de Regressão Linear:** determina a reta que mais se adequa a uma sequência de pontos. Ela determina o que seria a reta ideal para aquela situação, considerando que aqueles pontos possuem uma margem de erro em relação ao ideal. Para utilizá-la, basta selecionar a sequência de pontos que gerará a reta desejada.
- **Lugar Geométrico:** cria um lugar geométrico a partir de dois pontos, havendo relação de dependência entre eles, ou a partir de um ponto e um controle deslizante.

#### 4.1.5 Quinto Grupo de Ferramentas



- **Polígono:** para criar um novo polígono é necessário selecionar ou criar os vértices do mesmo, sendo que cada vértice será ligado ao anterior através de um segmento de reta, tornando necessário selecionar o vértice inicial para fechar a região do polígono.
- **Polígono Regular:** para criar um polígono regular (todas as arestas de mesmo comprimento), basta determinar os dois primeiros vértices e, em seguida, a quantidade total dos mesmos na figura. Os vértices gerados a partir dessa etapa serão fixos em relação aos outros, enquanto que os dois iniciais serão livres e, quando movimentados, a distância entre eles determinará o tamanho das arestas do polígono e rotacioná-los um em torno do outro também rotacionará toda a figura.
- **Polígono Rígido:** pode ser utilizada de duas formas: selecionando os vértices da nova figura ou um polígono já criado. O resultado da ferramenta será um polígono que não poderá ser modificado, tendo apenas um ponto livre e outro que poderá ser rotacionado em torno do primeiro.
- **Polígono Semideformável:** segue o mesmo padrão das outras, mas gera um polígono onde mover o primeiro ponto significa mover todo o polígono, enquanto os outros são livres para deformá-lo.

## 4.1.6 Sexto Grupo de Ferramentas



- **Círculo dados Centro e Um de seus Pontos:** para utilizar essa ferramenta basta selecionar primeiro ponto referente ao centro do círculo e, em seguida, um dos pontos que fará parte da figura (para determinar o raio).
- **Círculo dados Centro e Raio:** para utilizar essa ferramenta é necessário selecionar o ponto referente ao centro do círculo e, em seguida, determinar um valor para o seu raio.
- **Compasso:** utiliza a distância entre dois pontos para que a mesma seja o raio de um novo círculo a ser determinado. Para utilizá-la basta selecionar os dois pontos e, em seguida, o ponto que será o centro do novo círculo.
- **Círculo definido por Três Pontos:** para utilizar essa ferramenta só é necessário selecionar os três pontos que determinarão o novo círculo. Caso eles sejam colineares (contidos na mesma reta), será criada uma reta, representando parte de um círculo de dimensões infinitas.
- **Semicírculo Definido Por Dois Pontos:** cria um semicírculo, a metade de um círculo cujo diâmetro é a distância entre os dois pontos selecionados. A partir da seleção do primeiro ponto, a figura vai seguir uma orientação horária, e será desenhada até o segundo ponto.
- **Arco Circular:** utiliza três pontos para criar um arco. O primeiro ponto determinará o centro do arco que será criado. O segundo dará início ao mesmo, enquanto que o terceiro representará o final, e o arco será criado indo do primeiro ponto ao segundo no sentido anti-horário.
- **Arco Circuncircular:** utiliza três pontos para criar um arco. O primeiro ponto determinará o início do arco que será criado. O segundo será um ponto contido no

arco, enquanto que o terceiro representará o final, e o arco será criado indo do primeiro ponto ao terceiro no sentido horário.

- **Setor Circular:** utiliza três pontos para criar um setor circular. O primeiro ponto determinará o centro do setor que será criado. O segundo dará início ao mesmo, enquanto que o terceiro representará a direção do segmento que vai do centro até o ponto final, e o setor será criado indo do segundo ponto ao segmento gerado pelo terceiro no sentido anti-horário.
- **Setor Circuncircular:** utiliza três pontos para criar um setor circuncircular. Os primeiros dois pontos estarão contidos no círculo que dá origem ao setor desejado, sendo o primeiro ponto o início do objeto. O último ponto determinará o final do setor, e a figura será construída indo do primeiro ao terceiro ponto no sentido horário.

#### 4.1.7 Sétimo Grupo de Ferramentas



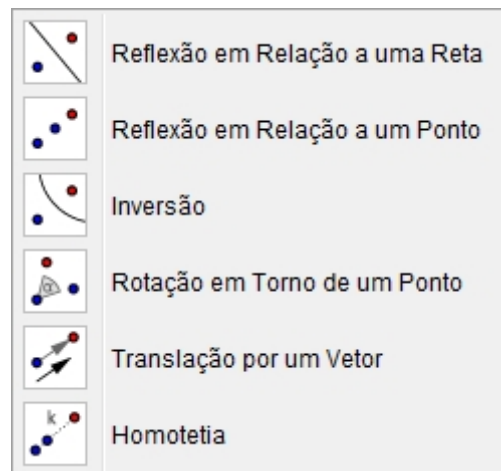
- **Elipse:** gera uma elipse a partir de três pontos, sendo os dois primeiros seus focos, e o terceiro um ponto contido na mesma.
- **Hipérbole:** gera uma hipérbole a partir de três pontos, sendo os dois primeiros seus focos, e o terceiro um ponto contido na mesma.
- **Parábola:** gera uma parábola a partir da seleção de seu foco e, em seguida, da reta diretriz.
- **Cônica por Cinco Pontos:** como uma cônica pode ser deduzida a partir de cinco pontos contidos nela, essa ferramenta utiliza-se desse conceito para gerar uma cônica, basta selecionar os cinco pontos desejados.

## 4.1.8 Oitavo Grupo de Ferramentas



- **Ângulo:** determina o ângulo entre dois segmentos. Para utilizá-la basta selecionar os segmentos, ou o primeiro ponto, pertencente ao primeiro segmento, o segundo, interseção entre os segmentos e onde estará situado o ângulo e, por último, o terceiro, determinando o segundo segmento. O ângulo gerado será construído seguindo do primeiro ponto ao terceiro no sentido anti-horário.
- **Ângulo com Amplitude Fixa:** determina um ângulo a partir de um segmento e de sua amplitude. Para isso, basta selecionar os dois pontos que formam o primeiro seguimento, e a amplitude desejada. Há a possibilidade de escolher se o ângulo será gerado no sentido horário ou anti-horário. A ferramenta gerará o segmento necessário para formar o ângulo com as características que foram definidas.
- **Distância, Comprimento ou Perímetro:** exibe uma caixa de texto com informação sobre um ou mais objetos, como distância entre eles, comprimento de um segmento, ou perímetro de uma figura. Para isso, basta selecionar os elementos que determinam a informação desejada.
- **Área:** exibe uma caixa de texto com informação sobre a área de um objeto. Para isso, basta selecionar o objeto cuja área será exibida.
- **Inclinação:** apresenta o coeficiente de inclinação de uma reta, semirreta ou segmento. Para isso, basta selecionar o objeto cujo coeficiente deseja-se descobrir.
- **Lista:** funciona em conjunto com a Planilha, sendo explicada na seção Planilha.

#### 4.1.9 Nono Grupo de Ferramentas



- **Reflexão em Relação a uma Reta:** espelha um objeto em relação a uma reta. Para isso, basta selecionar o objeto e a reta desejados.
- **Reflexão em Relação a um Ponto:** espelha um objeto em relação a um ponto. Para isso, basta selecionar o objeto e ponto desejados.
- **Inversão:** inverte um objeto em relação a um círculo. Para isso, basta selecionar primeiro o objeto e, em seguida, o círculo desejado.
- **Rotação em Torno de um Ponto:** permite que um novo objeto seja criado a partir da rotação de um primeiro, rotacionando-o em torno de um ponto. Para utilizar essa ferramenta basta selecionar primeiro o objeto que será rotacionado, o ponto central da rotação e, em seguida, o ângulo desejado e o seu sentido, seja ele horário ou anti-horário.
- **Translação por um Vetor:** cria um novo objeto a partir da movimentação de um objeto inicial do mesmo tipo pelo "caminho" descrito por um vetor. Para utilizar essa ferramenta basta selecionar primeiro o objeto que será movimentado e, em seguida, o vetor que descreverá esse caminho.
- **Homotetia:** multiplica por um fator constante a distância de um ponto qualquer do espaço a um ponto fixo, deslocando-o sobre a reta definida por estes dois pontos. Para utilizar essa ferramenta basta selecionar o objeto desejado, o ponto de homotetia e, em seguida, o fator multiplicativo.

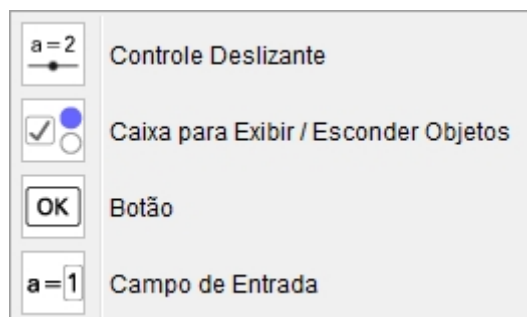


## 4.1.10 Décimo Grupo de Ferramentas



- **Texto:** permite a criação de um texto para ser exibido na Janela de Visualização, a partir da posição selecionada.
- **Inserir Imagem:** permite a adição de uma imagem à Janela de Visualização, que possuirá, em seus cantos inferiores, pontos móveis, que serão necessários para a aplicação de configurações na exibição da mesma.
- **Caneta:** permite que sejam feitos desenhos na Janela de Visualização. Para isso, basta selecionar com o botão esquerdo do mouse o ponto inicial do desenho, e mantê-lo pressionado enquanto é feito o desenho.
- **Função à Mão Livre:** permite a criação de uma função ou objeto desenhando-o na janela de visualização.
- **Relação:** informa as relações entre dois objetos, basta selecioná-los.
- **Inspetor de Funções:** informa as propriedades de determinada função. Para isso basta selecionar a função desejada.

## 4.1.11 Décimo Primeiro Grupo de Ferramentas



- **Controle Deslizante:** permite, ao clicar na Janela de Visualização, a criação de um botão rolante, usado para determinar o valor do objeto em si. Ele pode ser configurado para que tenha um valor mínimo, máximo, uma velocidade de variação e a forma como o mesmo varia. Essa ferramenta é útil para criar parâmetros para serem utilizados juntos a outras ferramentas.

- **Caixa para Exibir / Esconder Objetos:** cria um ambiente onde é possível selecionar quais objetos serão exibidos ou não na Janela de Visualização. Basta selecionar a ferramenta e, em seguida, selecionar quais objetos estarão nesse ambiente.
- **Botão:** cria um botão que, ao ser selecionado, executará o código na linguagem Geogebra definido para o mesmo.
- **Campo de Entrada:** funciona de forma semelhante ao Controle Deslizante. Ela cria um campo vinculado a uma variável, onde é possível que você insira um novo valor para a mesma, basta selecionar uma legenda para o mesmo e decidir a qual variável o campo vai estar vinculado.

#### 4.1.12 Décimo Segundo Grupo de Ferramentas



- **Mover Janela de Visualização:** serve para movimentar o conteúdo exibido na janela de visualização, permitindo percorrer a visualização do ambiente.
- **Ampliar:** amplia a Janela de Visualização com foco no local selecionado.
- **Reduzir:** reduz a Janela de Visualização com foco no local selecionado.
- **Exibir / Esconder Objeto:** permite exibir e ocultar um ou mais objetos temporariamente. Para isso, basta selecionar a ferramenta, os objetos que serão ocultados e, por final, uma nova ferramenta. Para exibir novamente, basta selecionar mais uma vez a ferramenta.
- **Exibir / Esconder Rótulo:** permite exibir e ocultar o rótulo de objetos, a identificação dos mesmos na Janela de Visualização. Para isso, basta selecionar o objeto cujo rótulo será exibido ou ocultado.
- **Copiar Estilo Visual:** permite que o estilo de um determinado objeto seja copiado para outros objetos. Para isso, é preciso selecionar o objeto cujo estilo será copiado, e, em seguida, aqueles que receberão a nova configuração.
- **Apagar:** apaga os objetos que forem selecionados após a ativação da ferramenta.

## 4.2 Janela de Visualização 3D

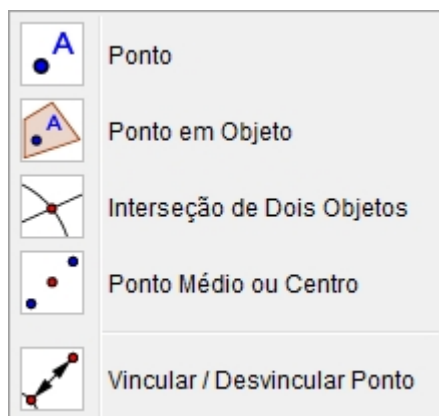
Os agrupamentos de ferramentas são exibidos em catorze grupos, apresentados abaixo nas próximas figuras, considerando a contagem da ordem da esquerda para a direita:

### 4.2.1 Primeiro Grupo de Ferramentas



- **Mover:** permite mover um objeto ao longo da janela de visualização. Para isso, basta selecionar o objeto e arrasta-lo até a posição desejada.

### 4.2.2 Segundo Grupo de Ferramentas



- **Ponto:** permite criar um ponto na janela de visualização. Para isso, basta selecionar a posição desejada na janela. Existem três tipos de pontos no GeoGebra: um livre, de cor azul por padrão, que pode ser movimentado ao longo de toda janela, um móvel com restrição, de cor azul claro por padrão, que ocorre quando um ponto é inserido em algum objeto, como uma reta ou circunferência. Esse ponto pode ser movimentado, sem sair do objeto em que foi inserido. E, por último, há o ponto fixo, de cor preta por padrão, que ocorre quando sua posição é uma interseção entre objetos, como um ponto de tangência. A opção Ponto permite criar todos os tipos de pontos, todavia, móveis com restrição não ocorrem se foram criados dentro da região delimitada por um objeto. Por exemplo, considerando um círculo, se um ponto for inserido dentro de sua circunferência, ele só poderá se movimentar ao longo dela, mas, se for inserido dentro do círculo, será um ponto livre.
- **Ponto em Objeto:** faz justamente o que a opção ponto não faz quando se trata de uma região dentro do perímetro que a determina, permitindo sempre que o ponto se vincule ao objeto que está na posição onde será inserido.
- **Interseção de Dois Objetos:** cria um ponto fixo que pertence aos dois objetos ao mesmo tempo. Nos casos em que a interseção é um conjunto que contém mais de um ponto, apenas um ponto será criado. Para utilizar essa ferramenta, basta selecioná-la e, em seguida, selecionar os dois objetos que serão utilizados.

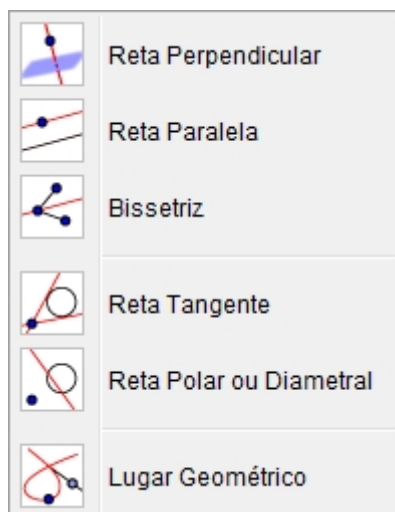
- **Ponto Médio ou Centro:** basta selecionar os dois pontos que darão origem ao novo objeto, cuja característica principal será ter a mesma distância entre os dois pontos escolhidos.
- **Vincular / Desvincular Ponto:** vincula um ponto livre a um objeto próximo, ou desvincula um ponto móvel com restrição ou fixo. Para isso basta selecionar o ponto e, caso queira vincular, o objeto em questão.

### 4.2.3 Terceiro Grupo de Ferramentas



- **Reta:** essa ferramenta depende de dois pontos. Basta criar ou selecionar os dois pontos por onde a reta passará.
- **Segmento:** utiliza o mesmo processo da opção Reta, selecionar os dois pontos que determinarão o segmento.
- **Segmento com Comprimento Fixo:** é criado ao selecionar ou criar um ponto livre que dará origem ao segmento, e seu comprimento. A partir disso, será criado um segundo ponto, móvel com restrição, para determinar o segmento. É permitido movimentar o primeiro ponto, para mover o segmento, e rotacionar o segundo em torno no primeiro, uma vez que estará sempre fixo em relação à distância entre eles.
- **Semirreta:** poderá ser criada a partir de dois pontos já estabelecidos ou não. O primeiro indicará a origem da semirreta, enquanto o segundo funcionará como final do vetor direção da mesma.
- **Vetor:** é um segmento de reta orientado com inúmeras propriedades. Para criá-lo, basta selecionar ou criar o ponto de origem e, em seguida, sua outra extremidade.
- **Vetor a Partir de um Ponto:** gera um novo vetor a partir de um já criado, copiando suas propriedades, mas com a origem em outro ponto. Isso é feito ao selecionar o vetor que deseja-se copiar e o ponto que será utilizado como origem do novo vetor.

#### 4.2.4 Quarto Grupo de Ferramentas



- **Reta Perpendicular:** basta selecionar uma reta ou um plano, e o ponto por onde a reta perpendicular passará.
- **Reta Paralela:** basta selecionar a reta e o ponto por onde a reta paralela passará.
- **Bissetriz:** basta selecionar três pontos, ou duas retas. Na primeira opção, será criada uma reta que passará pelo segundo ponto, e todos os seus pontos serão equidistantes dos outros dois. Na segunda, serão criadas retas que dividem os ângulos entre as retas iniciais ao meio.
- **Reta Tangente:** cria uma reta tangente a um círculo, uma cônica ou uma função. Para utilizá-la basta selecionar o ponto de tangência e, em seguida, o objeto a quem a reta será tangente.
- **Reta Polar ou Diametral:** essa ferramenta é utilizada ao selecionar um cônica, ou círculo, e um ponto qualquer. Ao considerarmos o ponto utilizado como  $A$  e o raio da circunferência, ou a distância focal da cônica como  $R$ , com origem em  $O$ , a ferramenta criará uma reta que passa por um ponto não representado, mas que será reconhecido nesse documento como  $A'$ , tal que o produto escalar entre  $\overrightarrow{OA'}$  e  $\overrightarrow{OA}$  seja igual a  $R^2$ . A reta gerada passará pelo ponto  $A'$ , e terá como vetor normal o vetor  $\overrightarrow{OA}$ .
- **Lugar Geométrico:** cria um lugar geométrico a partir de dois pontos, havendo relação de dependência entre eles, ou a partir de um ponto e um controle deslizante.

#### 4.2.5 Quinto Grupo de Ferramentas



- **Polígono:** para criar um novo polígono é necessário selecionar ou criar os vértices do mesmo, sendo que cada vértice será ligado ao anterior através de um segmento de reta, tornando necessário selecionar o vértice inicial para fechar a região do polígono.

## 4.2.6 Sexto Grupo de Ferramentas

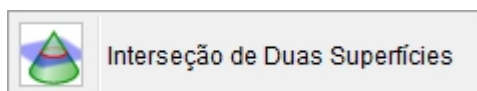


- **Círculo dados Eixo e Um de seus Pontos:** permite a criação de um círculo a partir da seleção de seu eixo de direção (perpendicular ao plano onde o círculo estará contido) e um de seus pontos.
- **Círculo (Centro – Raio + Direção):** permite a criação de um círculo a partir da seleção de seu centro, sua direção e um de seus pontos.
- **Círculo definido por Três Pontos:** para utilizar essa ferramenta só é necessário selecionar os três pontos que determinarão o novo círculo. Caso eles sejam colineares (contidos na mesma reta), será criada uma reta, representando parte de um círculo de dimensões infinitas.
- **Arco Circular:** essa ferramenta utiliza três pontos para criar um arco. O primeiro ponto determinará o centro do arco que será criado. O segundo dará início ao mesmo, enquanto que o terceiro representará o final, e o arco será criado indo do primeiro ponto ao segundo no sentido anti-horário.
- **Arco Circuncircular:** essa ferramenta utiliza três pontos para criar um arco. O primeiro ponto determinará o início do arco que será criado. O segundo será um ponto contido no arco, enquanto que o terceiro representará o final, e o arco será criado indo do primeiro ponto ao terceiro no sentido horário.
- **Setor Circular:** essa ferramenta utiliza três pontos para criar um setor circular. O primeiro ponto determinará o centro do setor que será criado. O segundo dará início ao mesmo, enquanto que o terceiro representará a direção do segmento que vai do centro

até o ponto final, e o setor será criado indo do segundo ponto ao segmento gerado pelo terceiro no sentido anti-horário.

- **Setor Circuncircular:** essa ferramenta utiliza três pontos para criar um setor circuncircular. Os primeiros dois pontos estarão contidos no círculo que dá origem ao setor desejado, sendo o primeiro ponto o início do objeto. O último ponto determinará o final do setor, e a figura será construída indo do primeiro ao terceiro ponto no sentido horário.
- **Elipse:** gera uma elipse a partir de três pontos, sendo os dois primeiros seus focos, e o terceiro um ponto contido na mesma.
- **Hipérbole:** gera uma hipérbole a partir de três pontos, sendo os dois primeiros seus focos, e o terceiro um ponto contido na mesma.
- **Parábola:** gera uma parábola a partir da seleção de seu foco e, em seguida, da reta diretriz.
- **Cônica por Cinco Pontos:** como uma cônica pode ser deduzida a partir de cinco pontos contidos nela, essa ferramenta utiliza-se desse conceito para gerar uma cônica, basta selecionar os cinco pontos desejados.

#### 4.2.7 Sétimo Grupo de Ferramentas



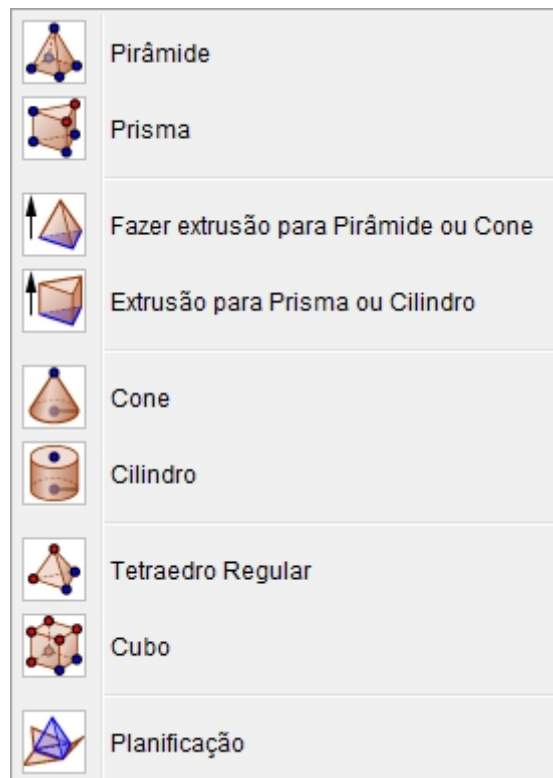
- **Interseção de Duas Superfícies:** essa ferramenta é utilizada para obter a curva de interseção entre duas superfícies, para isso basta selecioná-las.

#### 4.2.8 Oitavo Grupo de Ferramentas



- **Plano por três pontos:** cria um plano a partir de 3 pontos não-colineares.
- **Plano:** cria um plano a partir de 3 pontos, um ponto e uma reta, duas retas, ou um polígono.
- **Plano Perpendicular:** cria um plano a partir de uma reta perpendicular a ele e um ponto contido nesse plano.
- **Plano Paralelo:** cria um plano paralelo a outro, basta selecionar o primeiro plano e o ponto contido no segundo.

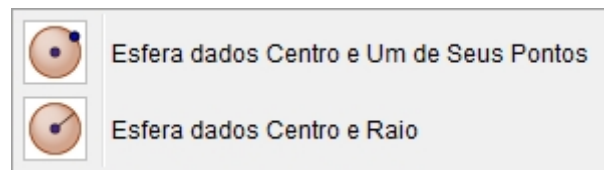
## 4.2.9 Nono Grupo de Ferramentas



- **Pirâmide:** cria uma pirâmide a partir da seleção ou criação de sua base e da seleção de seu vértice.
- **Prisma:** cria um prisma a partir da seleção ou criação de sua base e de um ponto da base oposta.
- **Fazer extrusão para Pirâmide ou Cone:** cria cones ou pirâmides retos a partir de polígonos já determinados e da altura escolhida para o novo sólido.
- **Extrusão para Prisma ou Cilindro:** cria prismas ou cilindros a partir de polígonos já determinados e da altura escolhida para o novo sólido.
- **Cone:** cria um cone a partir da seleção de um ponto da base, seu vértice e seu raio, respectivamente.
- **Cilindro:** cria um cilindro a partir da seleção de um ponto da base, seu eixo e seu raio, respectivamente.
- **Tetraedro Regular:** a partir da seleção de dois pontos, essa ferramenta cria um tetraedro regular que possui como vértices tais pontos.
- **Cubo:** a partir da seleção de dois pontos, essa ferramenta cria um hexaedro regular que possui como vértices tais pontos.
- **Planificação:** faz planificação do poliedro selecionado.

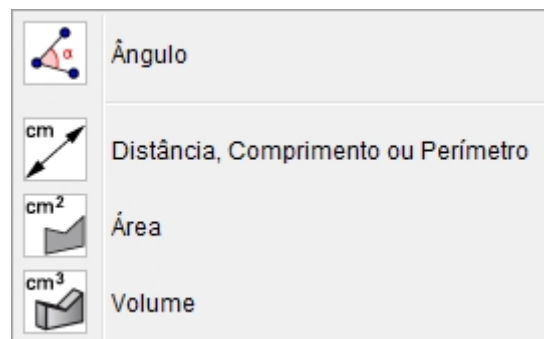


#### 4.2.10 Décimo Grupo de Ferramentas



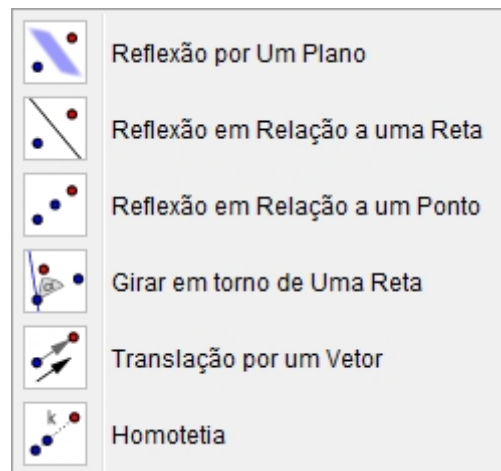
- **Esfera dados Centro e Um de Seus Pontos:** cria uma esfera ao selecionar o seu centro e um de seus pontos.
- **Esfera dados Centro e Raio:** cria uma esfera ao selecionar o seu centro e definir o tamanho de seu raio.

#### 4.2.11 Décimo Primeiro Grupo de Ferramentas



- **Ângulo:** determina o ângulo entre dois segmentos. Para utilizá-la basta selecionar os segmentos, ou o primeiro ponto, pertencente ao primeiro segmento, o segundo, interseção entre os segmentos e onde estará situado o ângulo e, por último, o terceiro, determinando o segundo segmento. O ângulo gerado será construído seguindo do primeiro ponto ao terceiro no sentido anti-horário.
- **Distância, Comprimento ou Perímetro:** exibe uma caixa de texto com informação sobre um ou mais objetos, como distância entre eles, comprimento de um segmento, ou perímetro de uma figura. Para isso, basta selecionar os elementos que determinam a informação desejada.
- **Área:** exibe uma caixa de texto com informação sobre a área de um objeto. Para isso, basta selecionar o objeto cuja área será exibida.
- **Volume:** exibe uma caixa de texto com informação sobre o volume de um objeto. Para isso, basta selecionar o objeto cujo volume será exibido.

## 4.2.12 Décimo Segundo Grupo de Ferramentas



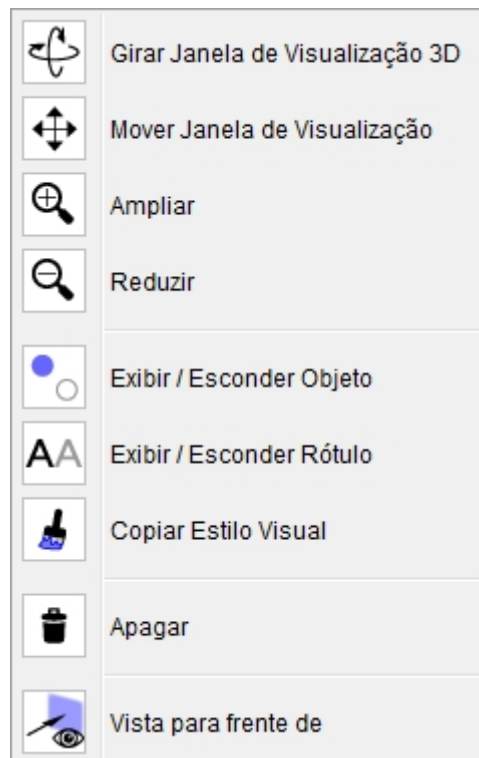
- **Reflexão por Um Plano:** cria o reflexo de um objeto a partir de um plano, bastando selecioná-los.
- **Reflexão em Relação a uma Reta:** cria o reflexo de um objeto a partir de uma reta, bastando selecioná-los.
- **Reflexão em Relação a um Ponto:** cria o reflexo de um objeto a partir de um ponto, bastando selecioná-los.
- **Girar em torno de Uma Reta:** cria um novo objeto a partir da rotação de um anterior em torno de uma reta e o ângulo dessa rotação.
- **Translação por um Vetor:** cria um novo objeto a partir da movimentação de um inicial com as mesmas propriedades pelo "caminho" descrito por um vetor. Para utilizar essa ferramenta basta selecionar primeiro o objeto que será movimentado e, em seguida, o vetor que descreverá esse caminho.
- **Homotetia:** multiplica por um fator constante a distância de um ponto qualquer do espaço a um ponto fixo, deslocando-o sobre a reta definida por estes dois pontos. Para utilizar essa ferramenta basta selecionar o objeto desejado, o ponto de homotetia e, em seguida, o fator multiplicativo.

## 4.2.13 Décimo Terceiro Grupo de Ferramentas



- **Texto:** permite a criação de um texto para ser exibido na Janela de Visualização 3D, a partir da posição selecionada.

## 4.2.14 Décimo Quarto Grupo de Ferramentas



- **Girar Janela de Visualização 3D:** serve para girar a janela de visualização, permitindo percorrer a visualização do ambiente.
- **Mover Janela de Visualização:** serve para movimentar o conteúdo exibido na janela de visualização, permitindo percorrer a visualização do ambiente.
- **Ampliar:** amplia a Janela de Visualização com foco no local selecionado.
- **Reduzir:** reduz a Janela de Visualização com foco no local selecionado.
- **Exibir / Esconder Objeto:** permite exibir e ocultar um ou mais objetos temporariamente. Para isso, basta selecionar a ferramenta, os objetos que serão ocultados e, por final, uma nova ferramenta. Para exibir novamente, basta selecionar mais uma vez a ferramenta.
- **Exibir / Esconder Rótulo:** permite exibir e ocultar o rótulo de objetos, a identificação dos mesmos na Janela de Visualização. Para isso, basta selecionar o objeto cujo rótulo será exibido ou ocultado.
- **Copiar Estilo Visual:** permite que o estilo de um determinado objeto seja copiado para outros objetos. Para isso, é preciso selecionar o objeto cujo estilo será copiado, e, em seguida, aqueles que receberão a nova configuração.
- **Apagar:** apaga os objetos que forem selecionados após a ativação da ferramenta.
- **Vista para frente de:** gira a janela de visualização, permitindo que o objeto selecionado fique de frente para o usuário.

## 5 Barra de Comandos

A Barra de comandos (espaço inferior da tela) é utilizada para a entrada de qualquer tipo de dado e comando no GeoGebra. A partir dela podem ser inseridos, por exemplo, números, pontos (sejam em  $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$ ), listas, matrizes e equações. Se um dado for inserido sem uma nomenclatura, ganhará um nome padrão, que poderá ser alterado. A partir desse nome ele pode ser chamado em um outro dado, estabelecendo relações. Os dados podem ser inseridos das seguintes formas:

- Números: Podem ser inseridos de duas formas: "Nome" = "Valor", ou apenas "Valor".  
Ex.: Taxa = 6.5, ou 7.
- Pontos: Pode ser inserido como: "Nome" = ("Valor da coordenada x", "Valor da coordenada y"), ou apenas ("Valor da coordenada x", "Valor da coordenada y").  
Ex.: Ponto = (3,4)
- Listas: Listas no GeoGebra são conjuntos nos quais os elementos possuem as mesmas propriedades. Por padrão, ele só dá a entrada inicial de listas numéricas. Sua entrada é feita da seguinte maneira: {"Valor1", "Valor2", ..., "ValorN"}.
- Matrizes: Matrizes podem ser inseridas da forma  $\{\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}\}, \dots, \{a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn}\}\}$ .  
Ex.:  $\{\{1, 0\}, \{0, 1\}\}$
- Funções: Funções podem ser inseridas na forma paramétrica ou cartesiana. Ex.:  $A = (t, \cos(t))$ .

A barra também permite que outros tipos de dados sejam inseridos, além de comandos utilizáveis ou não através das ferramentas. Para facilitar a utilização deles, a barra de comandos conta com uma biblioteca. Para acessá-la basta selecionar a interrogação no seu canto direito. Os comandos estarão divididos em grupos, para facilitar a procura. Cada um será exibido com uma pequena descrição do que faz e de sua estrutura. Alguns dos comandos mais utilizados são:

- Limite[ <Função>, <Número> ]  
Ex.: Limite[ $x^2 + 4$ , 7]
- Integral[ <Função> ]  
Ex.: Integral[1/x]
- Derivada[ <Função> ]  
Ex.: Derivada[x]
- MatrizEscalonada[ <Matriz> ]  
Ex.: MatrizEscalonada[ $\{\{2, 4\}, \{1, 6\}\}$ ]
- Determinante[ <Matriz> ]  
Ex.: Determinante[ $\{\{6, 8\}, \{3, 1\}\}$ ]
- Sequência[ <Expressão>, <Variável>, <Valor Inicial>, <Final>, <Incremento> ]  
Ex.: Sequência[ x, x, 0, 100, 2 ]